**Недоліки підручників,**

**виявлені при рецензуванні навчально-методичного комплекту**

**з геометрії для 7–11 класів загальноосвітніх навчальних закладів,**

**поданий на здобуття Державної премії України у 2017 році**

**(автори М. І. Бурда, Н. А. Тарасенкова та інші)**

**Геометрія: підручник для 7 класу загальноосвітніх навчальних закладів / М. І. Бурда, Н.А.Тарасенкова** **— Київ, Видавничий дім «Освіта», 2016. — 208 с.: іл.**

* У підручнику не дано означення (пояснення), що таке геометрична фігура, хоча саме це поняття використано з перших сторінок підручника. Як і поняття належності до множини й відповідне позначення з символіки теорії множин (ст. 13). *В результаті учнів привчають використовувати неозначені й неописані поняття у царині точної науки.*
* На ст. 22 дано означення: «Кутом називається геометрична фігура, утворена двома променями зі спільним початком». Таке *означення є істотно багатозначним*. Спроба уточнити це поняття запровадженням внутрішньої області і зовнішньої областей суперечить з поняттям плоского кута, що більший від розгорнутого.
* На ст. 22–23 подано висловлювання: «Візьмемо дві довільні точки, наприклад, *М* і *N,* на сторонах кута *AOB* (див. мал. 43) і сполучимо їх відрізком. Внутрішні точки відрізка *MN* лежатимуть у внутрішній області кута. Друга область кута — зовнішня». *Нічим не обґрунтоване висловлювання, тобто ніяким чином не пов’язане з раніше поданими властивостями*, які пізніше буде названо аксіомами на ст. 34–35. А причина доволі проста — поняття кута запроваджено до поняття півплощини, відповідної аксіоми про поділ площини прямою, з якої випливає опуклість півплощини. Більше того, автори взагалі вирішили не запроваджувати поняття півплощини на цьому етапі знайомства з геометрією. У читача (вчителя чи учня) *може виникнути й виникне (у більшості випадків) хибне переконання про те, що ілюстрація може слугувати доведенням у міркуваннях щодо геометричних фігур.*
* На ст. 35 говориться про зародження геометрії як науки: «Перший систематичний курс геометрії (він не дійшов до нас) був написаний Гіппократом Хіоським у другій половині V ст. до н. е.» Перед цим — сказано про необхідність системи аксіом при побудові дедуктивної геометричної теорії. У читача (вчителя чи учня) може виникнути й виникне (у більшості випадків) хибне переконання про те, що таку систему аксіом було створено вже давніми греками. Хоча на ст. 54 говориться про недоліки «Початків» Евкліда. Насправді, автором справді аксіоматичого підходу до геометрії (у сучасному розумінні) вважають Давида Гільберта. Аксіоми у шкільних підручниках — це неістотні щодо змісту переформулювання аксіоматики Гільберта з метою полегшити сприйняття учнями. Не згадати того, хто справді навів порядок у геометрії і проголосив завдання навести порядок у всій математиці некоректно. Його згадано лише на ст. 92, але зовсім з іншого незначного приводу — запровадження поняття конгруентності. Маємо *приклад істотного спотворення історії розвитку математики.*
* На ст. 47 одразу після запровадження перпендикуляра надруковано таке: «Відрізок *DO* (мал. 113) — перпендикуляр до прямої *a,* точка *О* — основа перпендикуляра. Цей відрізок — найменший з усіх відрізків, що сполучають точку *D* з точками прямої *а*». Це висловлювання не доведено ні тут, ні далі у підручнику для 7 класу. Але найгірше те, що не ясно: чи можна його довести? чи потрібно доводити? чи достатньо обмежитися ілюстрацією?А на ст. 131 це твердження уже використано у доведенні властивості дотичної. Лише на ст. 111 підручника для 8 класу доведено теорему: «будь-яка похила більша за перпендикуляр».
* На ст. 85 подано висловлювання щодо сферичної геометрії: «Найкоротша лінія між двома точками на площині — пряма, а на сфері вона крива. Якщо із кривих ліній утворити «трикутники», то сума їх кутів буде більшою за 180º. Звичайно, це стосується великих за розмірами «трикутників». Ці речення викликають здивування і запитання: яких кривих ліній? скільки таких ліній для двох точок? що таке кут між кривими? Як і у попередньому випадку, у*чня привчають користуватися неозначеними поняттями й несформульованими висловлюваннями.*
* На ст. 91 подано означення: «Дві геометричні фігури називаються рівними, якщо при накладанні вони суміщаються». Термін *накладання* до цього і після цього неозначено, а лише проілюстровано й описано через побутове використання кальки. При цьому у тексті не вказано, чи можна кальку перевертати, тобто чи істотна орієнтація. Лише на ст. 115 підручника для 9 класу поняття рівності фігур визначено через переміщення (рух). Інакше кажучи, *автори пропонують протягом двох років закріпляти у пам’яті учнів некоректне означення, щоб потім їх переучувати.*
* На ст. 75 подано не виділене означення: «Залежно від довжини сторін трикутники поділяють на такі види:
  + *різносторонні*, якщо всі сторони мають різну довжини;
  + *рівносторонні*, якщо всі сторони рівні;
  + *рівнобедрені*, якщо дві сторони рівні».

Згідно з таким означенням, рівносторонній трикутник є частковим випадком рівнобедреного. А на ст. 120 таблицею подано класифікацію трикутників, згідно з якою рівносторонній трикутник не є частковим випадком рівнобедреного — на ці дві категорії виділено різні рядки. *Якої б класифікації не дотримувалися автори, їхня думка має бути сталою протягом всього викладу навчального матеріалу. А цього немає.*

* На ст. 132 подано *некоректне означення круга*: «частина площини, обмежена колом». Безпосередньо з означення не ясно, яка частина: всередині чи зовні кола. Одразу після цього означення надруковано: «Точки круга радіуса *R* віддалені від його центра *О* на відстань, яка менша або дорівнює *R*». Але ці слова вже не є обов’язковими для запам’ятовування на думку авторів, бо їх не включено до означення.
* На ст. 144 у доведенні теореми про існування і єдиність кола, описаного навколо трикутника, *необґрунтовано існування точки перетину серединних перпендикулярів* двох *різних сторін трикутника.*
* На ст. 145 у доведенні теореми про існування і єдиність кола, вписаного у трикутник, *необґрунтовано існування точки перетину* двох *різних бісектрис трикутника. Як і у попередньому випадку, для учня з тексту підручника неясно: це потрібно доводити? це можливо довести?*
* На ст. 157 у таблиці згадано ознаку рівності прямокутних трикутників: «за катетом і гострим кутом». *Використання ознаки у такій редакції може призвести до хибних висновків.* Має бути 2 ознаки:
  + «за катетом і протилежним гострим кутом»;
  + «за катетом і прилеглим гострим кутом».
* На ст. 168 у розділі «Для тих, хто хоче знати більше», подано структуру розв’язання задач на побудову. Вказано лише 3 етапи: аналіз, побудова, доведення. *Не згадано етап дослідження у задачах на побудову.* А для деяких задач цей етап найістотніший. Наприклад, при побудові трикутника за двома сторонами й кутом, що прилеглий лише до однієї сторони. Ця задача за алгоритмом не складніша від розглянутих, але залежно від вхідних даних може мати 0, 1 або 2 розв’язки.
* Може скластися враження, що автори не мали можливості подати необхідні доведення чи хоча б згадку про їхню необхідність. Однак вони знайшли можливість на ст. 132 запровадити поняття еліпса, на ст. 140 — поняття параболи з бездоказовим формулюванням оптичної властивості параболи. *Цей матеріал видається недоречним для учнів 7 класу, його ніяким чином не закріплено вправами, його не використано у подальшому.*

**Геометрія: підручник для 8 класу загальноосвітніх навчальних закладів / М. І. Бурда, Н. А. Тарасенкова — Київ, УОВЦ «Оріон», 2016. — 224 с.: іл.**

* На ст. 43 сформульовано завдання 304 (про перетин всіх медіан трикутника) і 305 (про перетин прямих, що містять висоти трикутників), хоча до цього з *матеріалу підручників для 7 і 8 класів немає підстав вважати, що дві різні медіани (чи прямі, що містять дві різні висоти) перетинаються. Чи навіть натяку на те, що це можна довести.* Зауважимо:
  + на ст. 60 подано без доведення теорему про достатні умови того, що навколо чотирикутника можна описати коло;
  + на ст. 61 подано без доведення теорему про достатні умови того, що в чотирикутник можна вписати коло.

Прикро, що інші теореми, про які згадано у зауваженнях вище, не подано у підручниках хоча б у такому вигляді.

* На ст. 43 сформульовано завдання № 305, у якому *пропонують довести хибне твердження* про перетин висот трикутника. Це висловлювання хибне для тупокутного трикутника.
* На ст. 128 надруковано таке: «Із таблиці видно, що при збільшені кута синус і тангенс гострого кута збільшується, а косинус — зменшується». Навіть якби кількість значень аргументів перевищувала 3, доведення висловлювання відсутнє. Цікаво, що посібник: Бурда М. І., Савченко Л. М. Геометрія: Навчальний посібник для 8-9 класів шкіл з поглибленим вивченням математики. — Київ.: Освіта, 1996. — 240 с. містить коректне доведення такого висловлювання щодо косинуса. Тобто *усвідомлення необхідності доведення такого висловлювання серед авторів є, щонайменше, було. Але у підручнику ні доведення, ні згадки про його необхідність немає.*
* На ст. 148 надруковано: «Геометрична фігура називається простою, якщо її можна розбити на скінчену кількість трикутників». Означення трикутника подано на ст. 74 підручника для 7 класу: «Трикутником називається геометрична фігура, яка складається з трьох відрізків, які сполучають три точки, що лежать на одній прямій». З*гідно з тлумаченням авторів маємо такий несподіваний для математиків висновок: чотирикутник не є простою фігурою!* Навіть якщо ми будемо говорити про плоский многокутник у розумінні опису на ст. 152.
* На ст. 152 надруковано: «Многокутник розбиває площину на дві області — внутрішню (мал. 459) і зовнішню (мал. 460)». Це *висловлювання не є безпосереднім наслідком попередніх висловлювань і вимагає доведення.* Про це жодного слова.
* На ст. 152 надруковано: «Зрозуміло, що площу будь-якої фігури визначають додатним числом». *Це хибне висловлювання*: площа відрізка дорівнює нулю. Або потрібно говорити про об’єднання трикутників, або про невід’ємні числа. Слово «зрозуміло» лише збиває з пантелику — без нього речення є частиною коректного означення поняття площі (простої фігури), якого підручник, на жаль, не містить.

**Геометрія: підручник для 9 класу загальноосвітніх навчальних закладів / М. І. Бурда, Н. А. Тарасенкова — Київ: Видавничий дім «Освіта», 2011. — 240 с.: іл.**

* На ст. 8 при спробі поширити означення синуса, косинуса й тангенса на значення кутів, що перевищують 90º, надруковано таке: «Будемо відкладати від додатної півосі *ОХ* проти руху годинникової стрілки». *Це один із прикладів опису строгої математичної теорії за допомогою неозначених побутових понять.* Хоча б у рубриці «Дізнайтеся більше» потрібно сказати, що слова «проти руху годинникової стрілки» не мають ніякого відношення до математичної теорії: їм неможливо надати тлумачення в її межах. Так само, як і словам: праворуч, ліворуч, вгорі, знизу. І якщо такі слова є у тексті підручника, то їх потрібно тлумачити відповідно: у вибраному додатному напрямку відкладання кутів, вздовж додатного напрямку осі абсцис, протилежно до додатного напрямку осі абсцис, вздовж додатного напрямку осі ординат, протилежно до додатного напрямку осі ординат. Інакше в учнів виробимо *хибне уявлення про те, що такі слова (поняття) є складовими строгої математичної теорії.*
* На ст. 67 надруковане необґрунтоване висловлювання: «*Зрозуміло*, що при необмеженому збільшенні кількості сторін *n* вписаного у коло правильного *n*-кутника його периметр *Pn* необмежено наближається до довжини кола *С*». Про це можна було б говорити, якби було попередньо було:
  + доведено монотонність послідовності *Pn,* хоча б для степенів 2;
  + доведено обмеженість послідовності *Pn.*

Це можна зробити, розглянувши описані правильні многокутники, точки дотику яких до кола збігаються з вершинами вписаних правильних многокутників. Контрприклад з теорії поверхонь («чобіт Шварца») вказує на те, наскільки неочевидним і незрозумілим є подане у підручнику необґрунтоване висловлювання. На жаль, цей контрприклад неможливо пояснити учням. Але фахівцям з математичною освітою він добре відомий.

* На ст. 149 надруковано означення: «Вектори називаються рівними, якщо вони співнапрямлені і мають рівні довжини». До цього *не дано означення співнапрямленості*, а лише коментар до мал. 282. Те саме зауваження щодо протилежної напрямленості.
* На ст. 168 подано означення скалярного добутку як «добутку їх довжин на косинус кута між ними». Не зрозуміло, як швидко учні з такого означення зможуть вивести подані на ст. 169 розподільний закон і висловлювання: «скалярний добуток дорівнює сумі добутків відповідних координат даних векторів». На ст. 170 зроблено таку спробу щодо останнього висловлювання, але з використанням розподільного закону, який не входить до означення і не виведено з нього. Очевидно, що *порушено логіку викладу доволі простого питання.*
* На ст. 174 завдання 874 про проведення прямих через крайні точки України є завданням у просторі і, швидше за все, про мимобіжні прямі, що *не входить до змісту навчання для 9 класу*. *Або ж автори пропонують учням перекрутити зміст завдання.*
* На ст. 186 говориться про перпендикуляр до площини без запровадження означення перпендикулярності прямої і площини. *Поданий алгоритм встановлення перпендикулярності прямої до площини необґрунтовано*: не доведено, що з перпендикулярності до двох різних прямих площини випливає перпендикулярність до довільної прямої цієї площини.

**Геометрія: підручник для 10 класу загальноосвітніх навчальних закладів / М. І. Бурда, Н. А. Тарасенкова —**

**Київ: Видавничий дім «Освіта», 2011. — 176 с. : іл.**

* На ст. 30 *неповне доведення* наслідку 3. Зазначено: «У просторі існує безліч точок, що не лежать у площині α. Через кожну із цих точок і дану пряму можна провести площину, відмінну від площини α». Цього не достатньо, щоб зробити висновок: «Тому таких площин безліч». Можливо всі площини, про які йде мова, збігаються?
* На ст. 37 і далі *немає означень (навіть пояснень)* таких видів многогранників як пряма призма, піраміда, прямокутний паралелепіпед і куб. Хоча пропедевтика цих понять здійснювалась у попередніх класах, проте слід було б зафіксувати принаймні деякі теоретичні положення стосовно цих многогранників, на які можна буде потім спиратись при розв’язуванні задач. Уникаючи розгляду зазначених питань, автори створюють для учителів, що працюють за їх підручником серйозні методичні проблеми, що виникають під час розв’язування задач на многогранники. Наприклад, у задачі дано прямокутний паралелепіпед. Які факти учень має право використовувати? Означення немає, багато властивостей прямокутного паралелепіпеда індуктивно запроваджено ще з 5 класу, але чи маємо право ми їх використовувати у розв’язанні задач у 10 класі? Таке саме зауваження маємо щодо інших многогранників.
* На ст. 56 у № 124 пропонують знайти відстань між паралельними ребрами прямокутного паралелепіпеда за відомими трьома його вимірами. З огляду на відповіді до задачі на с. 168 учень має також розглядати паралельні ребра, що не лежать в одній грані. Ознаку паралельності прямих подано на ст. 59. Відстань між ребрами потрібно знаходити як довжину діагоналі основи, використовуючи той факт, що ребро прямокутного паралелепіпеда перпендикулярне до діагоналі його грані. Відомості про перпендикулярність прямих і площин у просторі подано лише зі ст. 108. *Автори пропонують використовувати недоведені й несформульовані висловлювання.*
* На ст. 39 означення висоти піраміди спирається на означення перпендикуляра до площини, яке запроваджено на ст. 114. *Порушено логіку викладу.*
* На ст. 50 запроваджено позначення для прямих, що перетинаються, на ст. 66 **—** для прямої і площини, на ст. 72 **—** для площин). Але широко відоме тлумачення цього символу для позначення декартового добутку множин чи векторного добутку векторів тривимірного простору. Це може створити проблеми для учнів, скажімо, під час проходження ЗНО. *Автори надають додаткове незвичне тлумачення загальновживаному символу.*
* На ст. 57 у завданні № 134 пропонують довести твердження: «Якщо дві прямі не мають спільних точок, то вони або лежать в одній площині, або не лежать в одній площині». Не зрозуміло, для чого у цій задачі дано умову «дві прямі не мають спільних точок», адже висновок «дві прямі або лежать в одній площині, або не лежать в одній площині» сам по собі є тавтологією (закон виключення третього). *Завдання стосується зовсім іншого розділу математики* — математичної логіки*.*

**Геометрія: підручник для 11 класу загальноосвітніх навчальних закладів** (академічний рівень, профільний рівень) **/ М. І. Бурда, Н. А. Тарасенкова, І.М.Богатирьова, О.М.Коломієць, З.О.Сердюк —**

**Київ: Видавничий дім «Освіта», 2013. — 304 с. : іл.**

* На ст. 21 у завданні 65 (А) поставлено завдання про пошук відстані між *іонами* натрію та хлору у кристалічній ґратці кухонної солі. Така постановка завдання згідно з сучасним уявленням про корпускулярно-хвильові властивості речовини (квантовою механікою) вимагає відповіді 0. Потрібно переформулювати: «Знайти відстань між центрами *ядер*», щоб не *створювати хибних уявлень з іншого навчального предмету.*
* На ст. 41 запроваджено поняття векторного добутку векторів, що використовує опис на рівні побутових понять: «здійснюється рух проти годинникової стрілки». При запроваджені системи координат на ст. 10 ніяких вимог щодо орієнтації осей не висунуто. *Жодного змістовного висловлювання чи задачі з використанням цього поняття не подано. Координатного подання немає.* Залишається незрозумілим, навіщо *таке* знайомство з цим поняттям.
* На ст. 112 контейнер подано як прообраз поверхні. *Дуже невдала аналогія неозначеного поняття,* враховуючи розміри контейнера порівняно з розмірами людини. Насправді це аналог неопуклого тіла складної будови.
* На ст. 113 дано означення: «Многогранником називається геометричне тіло, поверхня якого складається з плоских многокутників». Але ні до цього, ні після цього у підручнику не дано означення понять геометричного тіла та його поверхні. *Знову в означенні використано неозначене поняття.*
* На ст. 122-123 подано *неповне демонстраційне розв’язання задачі:* «Побудуйте переріз чотирикутної призми площиною, яка проходить через три довільні точки, що лежать на трьох різних гранях цієї призми». Розглянуто лише випадок розташування двох точок на двох протилежних гранях і суміжній з ними, але не розглянуто випадок розташування точок на гранях, що мають спільну вершину. *Подано неповне демонстраційне розв'язання.*
* На ст. 177 подано *недоречний для того розділу матеріал* про канонічне рівняння плоскої кривої еліпса. Цей матеріал був би доречним у підручнику для 9 класу. Згадку про перерізи конуса площиною подано істотно пізніше на ст. 197 без усякого зв’язку з цим канонічним рівнянням.
* На ст. 205 подано таке означення: «Циліндр є вписаним у піраміду, якщо одна з його основ дотикається до всіх бічних граней піраміди, а друга основа лежить на основі піраміди». В цьому означенні є *спроба використати неозначене поняття дотик кривої до площини.*
* На ст. 223 подано *хибне висловлювання:* «А навколо паралелограма не можна описати коло». Правильно сказати: «А навколо паралелограма, *що не є прямокутником*, не можна описати коло».
* На ст. 256 при виведенні формули об’єму піраміди (а раніше — при виведенні формули об’єму призми) *автори пропонують використовувати принцип Кавальєрі, який довести у межах шкільної програми не можуть*. Це неприйнятно для профільного рівня. Але з цим завданням можна успішно *впоратися без використання недоведених висловлювань* — див. ст. 105-106 підручника Погорєлов О. В. Геометрія: Стереометрія: Підручник для 10-11 класів середньої школи. — 6-те видання. — К.: Освіта, 2001. — 128 с.